项目二

平面力系的平衡分析

学习目标

- 会用平行四边形法则将力进行分解并计算力的投影。
- 能解释力矩、力偶的概念及性质。
- 会计算集中力与线分布荷载对某点的力矩。
- 能用平衡方程解决工程中简单的平衡问题。

任务一　力的投影

任务导入

生活中，会有多个力同时作用在物体上，如何进行合成？方法很多，若利用力的平行四边形法则来合成，则比较繁琐，而且所得结果的误差也比较大。接下来，我们将通过学习一种比较简单而精确的方法，来解决力的合成和平衡问题，即通过力的投影概念，把矢量力的合成转化成简单的代数运算。

【观察与思考】

吊装作业中平衡梁的受力分析，在实际施工中起吊超长超宽的钢筋结构件时，常采用平衡梁装置，如图 2－1 所示。平衡梁又称横吊梁或扁担梁，是一种在吊装作业中能平衡两套或两套以上索具受力的装置。

请思索，若不用平衡梁直接起吊超长构件时，会发生什么问题？在起吊不同重量的构件时，平衡梁如何保持装置整体的平衡？通过本项目的学习，希望能帮助你解答上面问题。

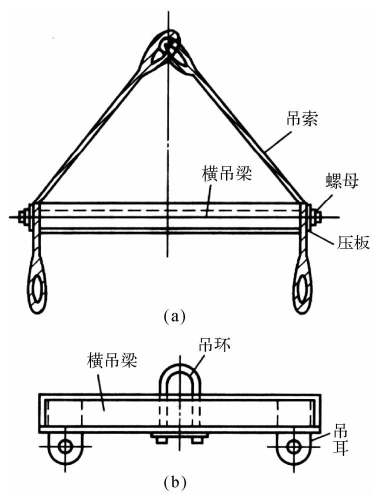


图 2－1

知识准备

各力的作用线都在同一平面内的力系称为平面力系，各力的作用线不在同一平面内的力系称为空间力系。在工程中有的结构其厚度小于其他两个方向的尺寸，这种结构称为平面结构，作用在平面结构上的各力一般都在同一个结构平面内，组成一个平面力系，工程中有些构件所受的力本来不是平面力系，但可以简化为平面力系处理。

一、力在正交坐标系的投影及力的解析表达式

1. 力在坐标轴上的投影

如图 2-2 所示力 F 作用在物体上的 A 点，用 AB 表示，在力 F 的作用平面内作直角坐标系 xoy。

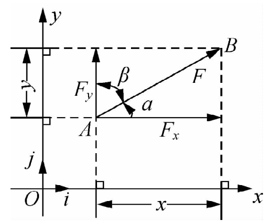


图 2-2

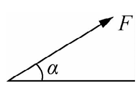
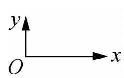
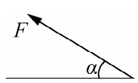
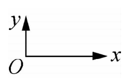
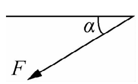
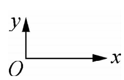
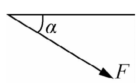
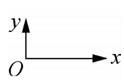
2. 力在正交坐标系的投影

$$\begin{cases} F_x = F \cdot \cos\alpha = F \cdot \sin\beta \\ F_y = F \cdot \sin\alpha = F \cdot \cos\beta \end{cases} \qquad (2-1)$$

即力在坐标 x 轴上的投影等于力的模乘力与坐标 x 轴正向夹角的余弦。

力在坐标 y 轴上的投影等于力的模乘以力与坐标 x 轴正向夹角的正弦。力在坐标轴上的投影为代数量，其正负号由力与坐标轴正向夹角的余弦确定，从投影的起点 a 到终点 b 的指向与坐标轴的正向一致时，该投影取正号，反之取负号。当力与坐标轴垂直时，力在该坐标轴上的投影为零，见表 2-1。

表 2-1　力的方向与其投影的正负号

力的方向	坐标	投影的正负号	
		X	Y
		+	+
		−	+
		−	−
		+	−

3. 力的解析表达式

$$F = F_x + F_y \qquad (2-2)$$

4. 已知力在正交坐标轴上的投影求力 F

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \qquad (2-3)$$

$$\cos\alpha=\frac{F_x}{F},\cos\beta=\frac{F_y}{F} \tag{2-4}$$

注意：

（1）力在坐标轴上的投影 X、Y 为代数量，而力沿坐标轴的分力为矢量，二者不可混淆。

（2）当力 F 沿正交轴 x、y 轴分解时，所得的 F_X、F_Y 的分力大小与力 F 在 x、y 轴上投影 X、Y 的绝对值相等。

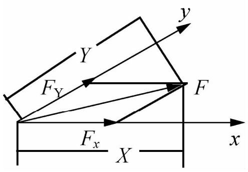


图 2-3

（3）当 x、y 轴不正交时，则没有上述关系，如图 2-3 所示。

F_x、F_y——力 F 在 x、y 轴上的分力

X、Y——力 F 在 x、y 轴上的投影。

（4）力的投影无作用点，分力有作用点，而分力必须作用在原力的作用点上，为了便于计算，通常采用力 F 与坐标轴所夹的锐角计算余弦，并且规定：当力的投影指向与坐标轴正向相同为正、反之为负。

案例分析

【例 2-1】 已知：在图 2-4 中，$F_1=F_2=F_4=10$ kN，$F_3=F_5=15$ kN，$F_6=20$ kN，求合力在 x、y 轴上的投影。

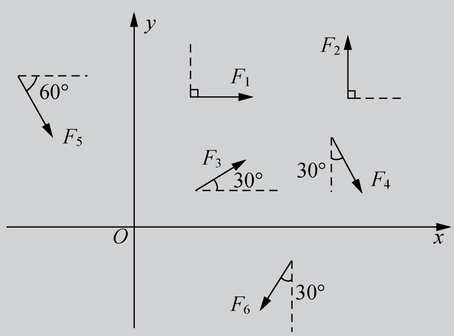


图 2-4

分析：

利用公式计算力的投影→确定力 F 与 x 轴的夹角 $\alpha(0°\leqslant\alpha\leqslant90°)$→判断投影的正负号→按力的投影公式计算。

解： $F_x=\sum X_i=F_1+F_3\cdot\cos30°+F_4\cdot\sin30°+F_5\cdot\cos60°-F_6\cdot\sin30°$

$\therefore\ F_2=F_1+\frac{\sqrt{3}}{2}F_3+\frac{1}{2}F_4+\frac{1}{2}F_5-\frac{1}{2}F_6=10+12.99+5+75-10$

结论：

（1）力的投影正负号判断：当力 F 与 x 轴（或 y 轴）正向的夹角为锐角时，它的 x 轴（或 y 轴）投影为正值；当力 F 与 x 轴（或 y 轴）负向的夹角为锐角时，它的 x 轴（或 y 轴）投影为负值。

（2）为了计算方便，往往先根据力与某轴所夹的锐角来计算力在该轴上投影的绝对值，再由观察来确定投影的正负号。

(3) 力在坐标轴上的投影有两种特殊情况：

① 当力与坐标轴垂直时，力在该轴上的投影等于零。

② 当力与坐标轴平行时，力在该轴上的投影的绝对值等于力的大小。

③ 当力平行移动后，在坐标轴上的投影不变。

知识拓展

(1) 将一个力分解成两个相互垂直的分力，称为力的正交分解，是运算中常用的方法。

(2) 若已知 F_x，F_y 的值，可求出 F 的大小和方向，即：

$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2} \tag{2-5}$$

$$\tan\alpha=\left|\frac{F_x}{F_y}\right| \tag{2-6}$$

式中，α 为合力 F 与 x 轴所夹锐角，α 角在哪个象限由 F_x 和 F_y 的正负号来确定。

(3) 已知力 F 与空间直角坐标系三轴 x、y、z 正向间的夹角分别为 α、β、γ，如图 2-5 所示。则力 F 在三个坐标轴上的投影分别为：

$$\begin{cases} F_x=\pm F\cos\alpha; \\ F_y=\pm F\cos\beta; \\ F_z=\pm F\cos\gamma \end{cases} \tag{2-7}$$

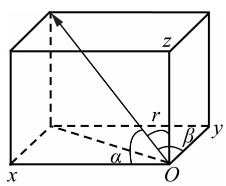


图 2-5

目标检测

1. 请分别求出图 2-6 中各力在 x 轴和 y 轴上的投影。已知：$F_1=80$ N，$F_2=100$ N，$F_3=F_4=150$ N，各力的方向如图 2-6 所示。

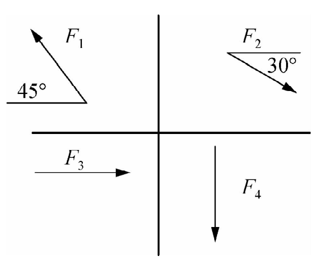


图 2-6

任务二 平面汇交力系平衡分析

任务导入

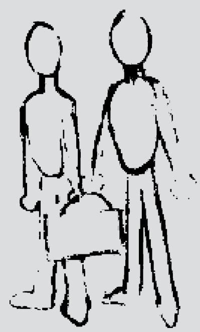


图 2－7

小明带着行李箱去旅行，中途箱子坏了必须拎着走，小明一个人拎不动，于是他请了朋友小光帮忙，两人抬着走。现请各位同学分析一下行李箱的受力情况及小明和小光承担的箱子重量，如图2－7所示。

在平面力系中，如果各力的作用线全部相互平行，这样的平面力系称为平向平行力系，如果各力的作用线都相交于一点，这样的平面力系称为平面汇交力系。如果各力的作用线既不平行也不相交于一点，这样的平面力系称为平面一般力系，本任务研究平面汇交力系的平衡状态。

【观察与思考】

请同学们观察老师扔粉笔时，粉笔在运动过程中受到哪些力的影响？试着对粉笔头进行力的分析。

知识准备

一、力的合成

合力在某一坐标轴上的投影等于各个分力在同一坐标轴上投影的代数和，根据平行四边形法则，平面汇交力系合成为一个合力 F_R，即合力与原力系等效，如图 2－8 所示，$F_R=\sum F_i$，而其合力在 x、y 轴上的投影分别为：

$$F_{Rx}=\sum F_{iX}, F_{Ry}=\sum F_{iY}$$

$$F_{1x}=ab, F_{2x}=bc, F_{3x}=-cd, F_{Rx}=ad$$

因 $ad=ab+bc-cd$，故得 $F_{Rx}=F_{1x}+F_{2x}+F_{3x}$

同理可得：$F_{Ry}=F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}$

合力的解析式：$F_R=F_x+F_y=(\sum X)_i+(\sum Y)_j$

此定理是把不能计算的矢量和公式化为能够计算的代数和公式的桥梁，也是用解析法求合力的理论依据。

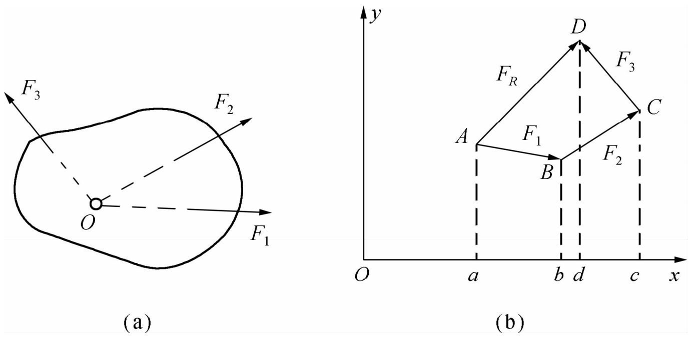


图 2-8

二、力系的平衡分析

当物体处于平衡状态时，该力系为平衡力系，合力 F_R 必然为零(矢量)。

$$F_R = F_x + F_y = 0 \tag{2-8}$$

由解析条件：

$$F_R = \sqrt{\left(\sum F_{xi}\right)^2 + \left(\sum F_{yi}\right)^2} = 0 \tag{2-9}$$

$$\begin{cases} \sum F_{xi} = 0 \\ \sum F_{yi} = 0 \end{cases} \tag{2-10}$$

即平面汇交力系平衡的解析条件是：力系中所有合力在两个坐标轴上的投影的代数和均为零。平面汇交力系平衡方程式：

$$\begin{cases} \sum F_{xi} = 0 \\ \sum F_{yi} = 0 \end{cases}$$

用解析法解题时受力图未知的约束反力指向可以假设，若计算结果为正，说明假设方向正确，否则假设与实际方向相反。

三、平面汇交力系合成为一个合力 *R*

$$R = \sum F_i$$

(1) 几何法中：力多边形的封闭边表示合力的大小和方向，合力仍作用在原汇交点上。

(2) 解析法中：

$$F_R = \sqrt{\left(\sum F_{xi}\right)^2 + \left(\sum F_{yi}\right)^2} = 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{\sum Y}{\sum X} \right| \tag{2-11}$$

式中 α 为合力 R 与 x 轴所夹锐角，合力指向由 $\sum X$、$\sum Y$ 的正负号确定。

注意:(1) 平面汇交力系平衡的充要条件为 $R=0$;

(2) 几何法中为力多边形自行封闭;

(3) 解析法为平面汇交力系的平衡方程式,x、y 轴可以任意选择,但不能平行。运用以上两个独立方程可以求出两个未知数。

案例分析

【例 2-2】 如图 2-9 所示为一静止小球,已知小球的重力 G 大小为 15 kN,绳索与 G 的夹角为 30°,楔块斜面光滑,与水平方向的夹角也为 30°,求小球上各约束力的大小。

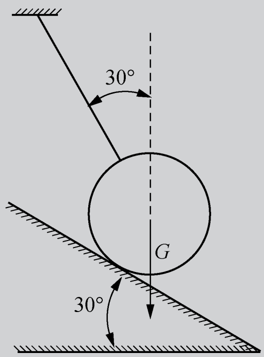


图 2-9

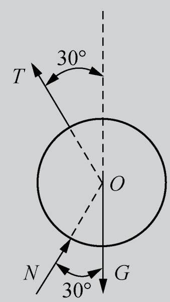


图 2-10

解:(1) 将小球作为脱离体进行受力分析,如图 2-10 所示,小球在重力 G 作用下,其所受两个约束产生相应的约束反力 T 和 N。G、T 和 N 作用线在同一平面内且汇交于点 O,故此三力形成一平面汇交力系。由于小球静止,所以此力系为平衡力系。

(2) 如图 2-11 所示,在此平面汇交力系上建立一直角坐标系 xOy,利用力的可传性原理,将 T 和 N 的作用点均移至 O 点以方便求其在两个坐标轴上的投影,并求出各力在两个坐标轴上的投影。

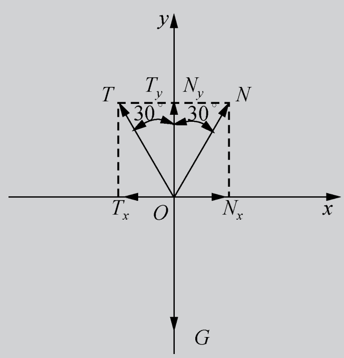


图 2-11

G 的投影:$\begin{cases} G_x=0 \\ G_y=-G=-15\ \text{kN} \end{cases}$

T 的投影:$\begin{cases} T_x=-T\sin 30° \\ T_y=T\cos 30° \end{cases}$

N 的投影:$\begin{cases} N_x=N\sin 30° \\ N_y=N\cos 30° \end{cases}$

(3) 将上述投影表达式代入平衡方程可得出下列方程:

$$\begin{cases} F_x=\sum F_{xi}=G_x+T_x+N_x=0-T\sin 30°+N\sin 30°=0 \\ F_y=\sum F_{yi}=G_y+T_y+N_y=-G+T\cos 30°+N\cos 30°=0 \end{cases}$$

经变换整理为：

$$\begin{cases} T=N \\ (T+N)\cos 30^\circ=G \end{cases}$$

由此可容易地求出：

$$T=N=\frac{G/2}{\cos 30^\circ}=\frac{15}{2}\div\cos 30^\circ=8.66\ \text{kN}$$

T 和 N 的方向如图 2－11 所示。

【例 2－3】 在图示 2－12 压榨机构 ABC 中，铰链 B 固定不动。已知：F、l、h，求物体 D 所受的压力。

解：

(1) 先取消 A 研究，画受力图 2－13，假定 F_B、F_C 杆的受力方向。

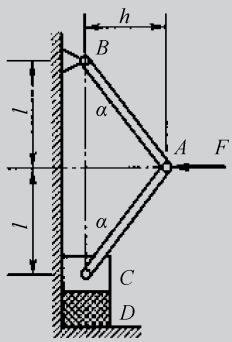


图 2－12

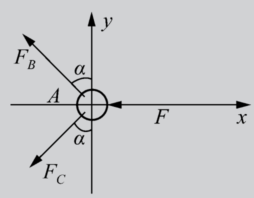


图 2－13

列方程：

① $\sum X=0$，　$-F-F_B\cdot\sin\alpha-F_C\cdot\sin\alpha=0$

② $\sum Y=0$，　$F_B\cdot\cos\alpha-F_C\cdot\cos\alpha=0$

由②式知：$F_B=F_C$ 代入①式：

$F_C=F_B=-\dfrac{F}{2\sin\alpha}$ 方向设反了

(2) 再取 C 块研究，画受力图 2－14，列方程：

$$\sum Y=0$$

$$F'_C\cdot\cos\alpha+F_D=0$$

$$\begin{aligned} F_D &=-F_C\cdot\cos\alpha \\ &=-\left(-\frac{F}{2\sin\alpha}\right)\cdot\cos\alpha \\ &=\frac{F}{2}\text{ctg}\,\alpha=\frac{l}{2h}\cdot F \end{aligned}$$

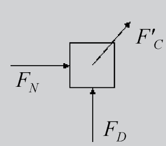


图 2－14

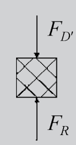


图 2－15

物体 D 所受的压力 F'_D 为 F_D 的反作用力，如图 2－15 所示，即 $F'_D=-F_D$。

知识拓展

如图 2－16 所示重力式挡土墙，指的是依靠墙身自重抵抗土体侧压力的挡土墙。它的优点是就地取材，施工方便，经济效果好。所以，重力式挡土墙在我国铁路、公路、水利、港湾、矿山等工程中得到广泛的应用。由于重力式挡土墙靠自重维持平衡稳定，请大家利用所学知识分析挡土墙的平衡。

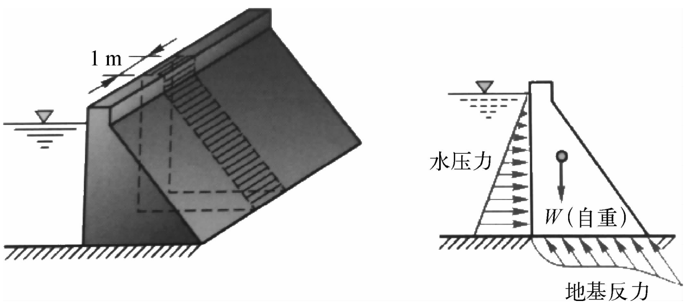


图 2－16

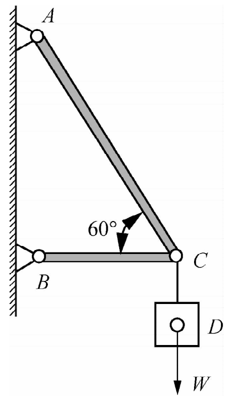


图 2－17

目标检测

1. 求图 2－17 所示三角支架中杆 AC 和杆 BC 所受的力（已知重物 D 重 $G=10$ kN）。

任务三　力矩与力偶的计算

任务导入

汽车司机两手把握方向盘，两手用力大小一样，两手与方向盘中心（三点）在一直线上，如图 2－18 所示，这种情况下，两手的力对方向盘来说就是力偶矩。力对物体的作用，不仅能使物体移动，还能使物体转动。

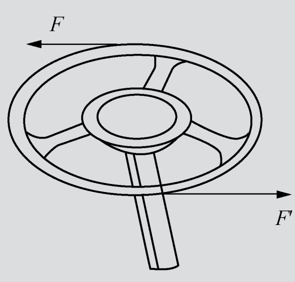


图 2－18

【观察与思考】

爸爸和亮亮一起在儿童乐园玩跷跷板，当亮亮移动到某一个位置时，如图 2-19 所示，竟将爸爸跷起，请大家想想这是为什么？

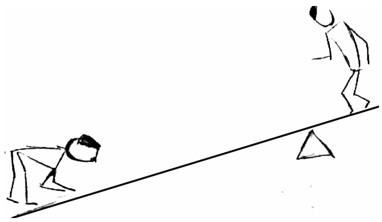


图 2-19

知识准备

一、力矩

1. 力矩的概念

门、窗等转动物体从静止状态变为转动状态或从转动状态变为静止状态时，必须受到力矩的作用。但是，我们若将力作用在门、窗的转轴上，则无论施加多大的力都不会改变其运动状态。可见转动物体的运动状态和变化不仅与力的大小有关，还受力的方向、力的作用点的影响。力矩是一个代数量，它的绝对值等于力的大小与力臂的乘积，并且规定力使物体绕力矩中心逆时针方向转动时为正，顺时针方向转动时为负，如图 2-20 所示。

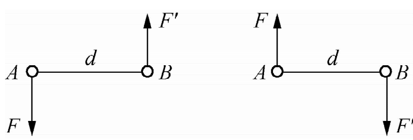


图 2-20

力的作用点离转轴越远，力的方向与转轴所在平面越趋于垂直，力使转动物体运动状态变化得就越明显。物理学中力的作用点和力的作用方向对转动物体运动状态变化的影响，用力矩这个物理量综合表示，因此，力矩被定义为力与力臂的乘积。

$$m_0(F)=\pm Fd \qquad (2-12)$$

式中：d 为力臂。

(1) 力臂(d)：转动轴到力的作用线的垂直距离或矩心到力作用线的垂直距离。

(2) 力矩(m)：$M=F\times L$，单位是牛·米。

(3) 力矩描述力对物体产生的转动效果。

(4) 力矩是矢量，中学里只考虑顺时针和逆时针两种方向。通常规定使物体沿逆时针方向转动的力矩为正，使物体沿顺时针方向转动的力矩为负。

2．力矩的性质

力矩是矢量，在中学物理中，作用在物体上的力都在同一平面内，各力对转轴的力矩只能使物体顺时针转动或逆时针转动，这样，求几个力矩的合力就简化为代数运算。

（1）当力 F 的大小等于 0，或力的作用线通过矩心时，力矩等于 0。

（2）当力沿作用线移动时，不会改变力对某点的矩，这是因为力的大小、方向及力臂大小均为改变。

二、力偶

1．力偶的概念

力偶是由两个大小相等、方向相反、不在同一作用线上的两个平行力，它使物体只产生转动，而不产生移动，用符号（F，F'）表示。组成力偶的两个力 F、F' 所在的平面称为力偶作用面。力偶的两个力作用线之间的垂直距离称为力偶臂，用 d 表示，如图 2－21 所示。

（1）力偶在力偶作用面任意一点的合力均为零，因此它不会改变物体的平动状态，只会改变物体的转动状态。

（2）力偶只能用力偶来平衡，但在定轴转动中，可用圆周力（即力矩）来平衡。

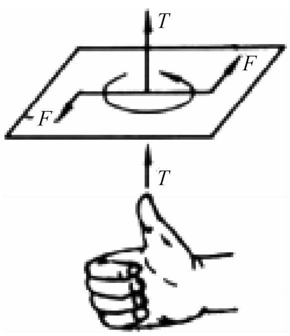


图 2－21

（3）保持力偶矩的大小及转向不变，力偶在其作用平面内可任意的移动和转动都不改变力偶的作用效应，力偶矩为自由向量，因此不管作用于物体任何地方会产生相同效果。

（4）空间合力偶矩为各力偶矩的矢量和，平面合力偶矩等于各分力偶矩的代数。

（5）力偶矩是由两不同作用线上之力产生，两力大小相等方向相反，力偶矩会产生纯旋转效果。

2．力偶的计算

计算两力偶产生之力矩可对任意点取力矩合，但为了方便常取其中一力作用线上的一点以消除一力之力矩。

力偶矩之合成可由力偶系中之向量和求得。

案例分析

【例 2－4】 图 2－22 中的 OAB 是一个弯成直角的杆，可绕 O 点作垂直于纸面的轴转动。杆的 OA 段长 30 cm，OB 段长 40 cm。现用 $F=10$ N 的力作用在 OAB 上，要使力 F 对轴 O 的力矩最大，F 应怎样作用在杆上？画出示意图。最大力矩是________。

解：力 F 大小一定，当力臂最大时，力矩最大。最大的力臂等于 OB，则当力 F 垂直于 OB 连线斜向上时，力矩最大，示意图如图 2－22 所示。

最大力矩 $M=F\cdot OB=10\times0.4=4\ \text{N}\cdot\text{m}$。

故答案为：当力 F 垂直于 OB 连线斜向上时，力矩最大，为 4 N·m。示意图如图 2－23所示。

图 2-22

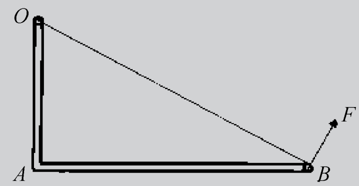


图 2-23

知识拓展

均布荷载力矩计算

设 F_R 是均布线荷载 q 的合力，则依据合力矩定理，得均布线荷载 q 对点 O 的力矩为：

$$MO(q)=MO(F_R)=\sum \pm F_R \cdot d \qquad (2-13)$$

目标检测

1. 计算图 2-24 中 P 对 O 点的力矩。

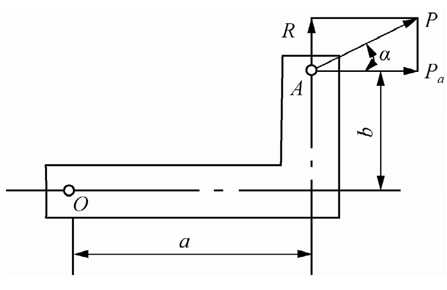


图 2-24

2. 如图 2-25 所示计算支座 A、B 反力。

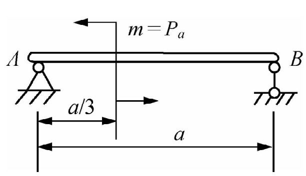


图 2-25

任务四　平面一般力系的平衡分析

任务导入

同学都上过阳台，现在请同学们想想阳台的受力情况，试着画出阳台斜段的受力图，看看用之前所学的能否得到阳台梁上的受力大小，如图 2－26 所示。

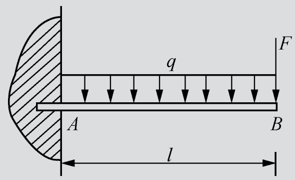


图 2－26

【观察与思考】

如图 2－27 所示，当塔吊在起吊重物的过程中，如何保证塔吊不会发生倾斜和倒塌呢？我们需要知道塔吊基座的受力情况。请同学们思考一下如何求塔吊基座的反力。

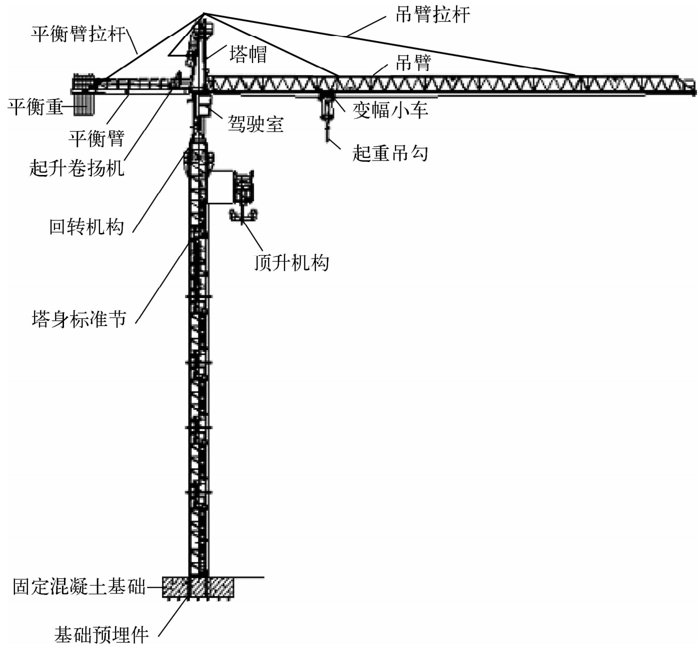


图 2－27

知识准备

一、力的平移定理

作用在刚体上 A 点处的力 F，可以平移到刚体内任意点 O，但必须同时附加一个力

偶，其力偶矩等于原来的力 F 对新作用点 O 的力矩，这就是力的平移定理，如图 2－28 所示。

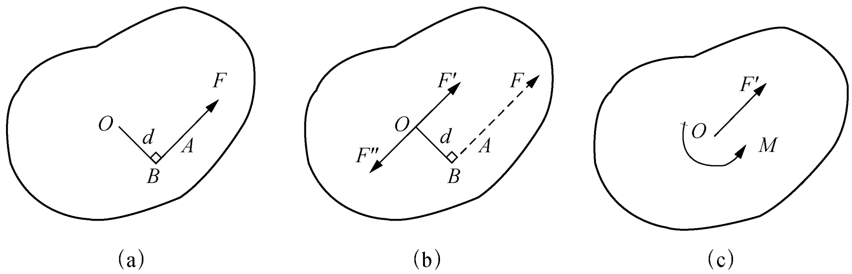


图 2－28

二、平面一般力系的简化

假设刚体上作用有一个平面一般力系 $F_1, F_2, \cdots, F_n$，如图 2－29(a)所示，在平面内任意取一点 O，称为简化中心。根据力的平移定理，将各力都向 O 点平移，得到一个汇交于 O 点的平面汇交力系 $F_1{}', F_2{}', \cdots, F_n'$，以及附加的平面力偶系 $M_1, M_2, \cdots, M_n$，如图 2－29(b)所示。

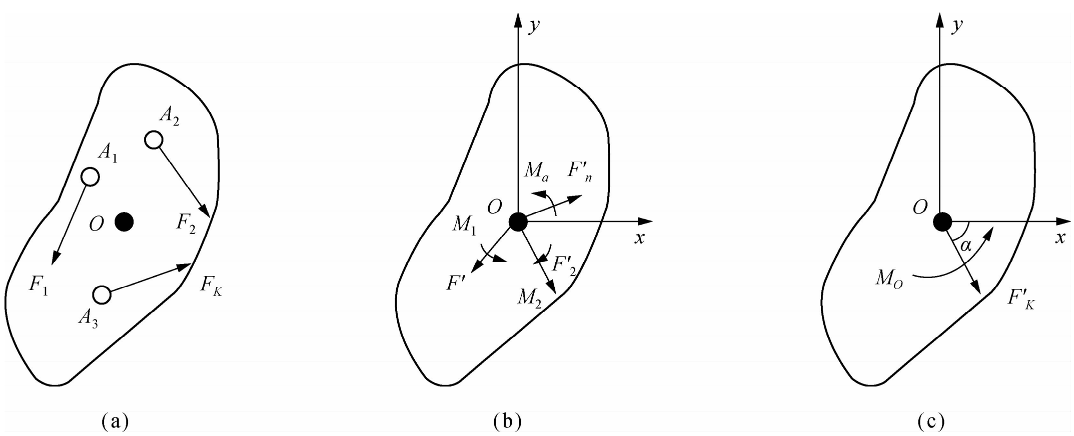


图 2－29

三、平面一般力系的平衡

由平面一般力系向一点的简化结果看，平面一般力系平衡的必要和充分条件是：力系中所有各力在 x，y 坐标轴上的投影的代数和等于零，同时力系中所有各力对于任意一点 O 的力矩的代数和为零。(简化)平面一般力系有三个独立方程，可求解三个未知数。平面一般力系平衡方程有基本形式、二力矩形式和三力矩形式。

1. 基本形式

$$\begin{aligned} &\sum F_x = 0; \\ &\sum F_y = 0; \qquad (2-14) \\ &\sum M_0(F) = 0 \end{aligned}$$

2. 二力矩形式

$$\sum F_x=0;\quad \sum M_A(F)=0;\quad \sum M_B(F)=0 \tag{2-15}$$

其中 A、B 两点的连线不能与 x 轴垂直。

3. 三力矩形式

$$\sum M_A(F)=0;\quad \sum M_B(F)=0;\quad \sum M_C(F)=0 \tag{2-16}$$

案例分析

【例 2-5】 在悬臂梁(即一端固定端支座,另一端自由)AB 上作用有均布荷载 q,在自由端 B 作用有一集中力 F,如图 2-30 所示,设梁长 $l=4$ m,$q=3$ kN/m,$F=10$ kN,试求固定端支座 A 处的支座反力。

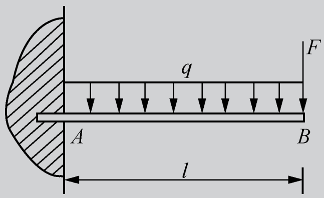


图 2-30

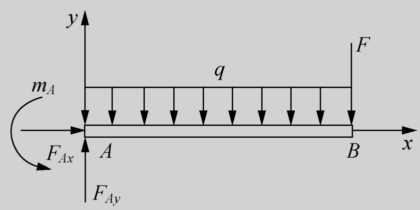


图 2-31

解:(1) 选取 AB 梁为研究对象。画受力图,如图 2-31 所示。

(2) 建立坐标系,列平衡方程。

$$\sum X=0,F_{Ax}=0;$$

$$\sum Y=0,-F-ql+F_{Ay}=0;$$

$$\sum M_A=0,m_A-Fl-ql\cdot 1/2=0$$

三式联合求解得:

$$F_{Ax}=0;$$

$$F_{Ay}=F+ql=10+3\times 4=22\ \text{kN};$$

$$m_A=Fl+ql\cdot 1/2=10\times 4+3\times 4\times 2=64\ \text{kN}$$

(3) 校核:力系既然是平衡力系,则力系中各力在任一投影轴上的投影的代数和必然为零,力系中各力对任一点的力矩代数和也必然为零,因此,可列出其他的平衡方程,用来校核计算有无错误。

$$\sum M_B = ql \cdot 1/2 + m_A - F_{Ay} \cdot l = 3 \times 4 \times 2 + 64 - 22 \times 4 = 0$$

说明计算结果无误。

【例 2-6】 塔式起重机如图 2-32 所示。已知机身重 $G=220$ kN,作用线通过塔架的中心,最大起重量 $F_P=50$ kN,平衡锤重 $F_Q=30$ kN。试求满载和空载时轨道 A、B 的约束反力。起重机在使用过程中会不会翻倒?

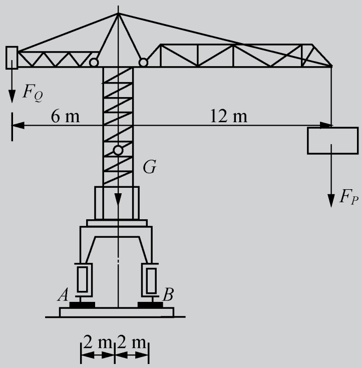


图 2-32

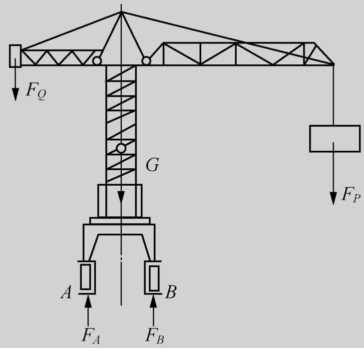


图 2-33

解:(1) 取起重机为研究对象,画出起重机的受力图如图 2-33 所示。

(2) 列平衡方程并求解:

由 $\sum M_B = 0, F_Q \times (6+2) + 2G - F_P \times (12-2) - 4F_A = 0$,解得 $F_A = 2F_Q + 0.5G - 2.5F_P$;

由 $\sum M_A = 0, F_Q \times (6-2) - 2G - F_P \times (12+2) + 4F_B = 0$,解得 $F_B = -F_Q + 0.5G + 3.5F_P$

当满载时,将 $F_P=50$ kN 代入得:

$$F_A = 2 \times 30 + 0.5 \times 220 - 2.5 \times 50 = 45 \text{ kN};$$

$$F_B = -30 + 0.5 \times 220 + 3.5 \times 50 = 255 \text{ kN}$$

当空载时,将 $F_P=0$ 代入得:

$$F_A = 2 \times 30 + 0.5 \times 220 - 2.5 \times 0 = 170 \text{ kN};$$

$$F_B = -30 + 0.5 \times 220 + 3.5 \times 0 = 80 \text{ kN}$$

讨论:满载时,为了保证起重机不饶 B 点翻倒,必须使 $F_A>0$;空载时,为了保证起重机不饶 A 点翻倒,必须使 $F_B>0$。由上述结果可知起重机在使用过程中不会翻倒。

知识拓展

物体系统的平衡

在工程中,结构通常是由几个物体通过一定的约束联系在一起的物体系统,当系统平

衡时，组成系统的每一个物体也处于平衡状态。

主要部分（也叫基本部分）是指能独立承受荷载并维持平衡的部分。

次要部分（也叫附属部分）是指必须依赖于主要部分才能承受荷载并维持平衡的部分。

（1）有主次之分的物体系统的平衡对于此类系统，其荷载传递规律是：作用在主要部分上的荷载，不传递给次要部分，也不传递给与它无关的其他主要部分；而作用在次要部分上的荷载，一定要传递给与它相关的主要部分。

因此，在研究有主次之分的物体系统的平衡时，应先分析次要部分，后分析主要部分或整体。

（2）无主次之分的物体系统的平衡这类系统的荷载传递规律是：作用在某部分上的荷载，一般要通过与其相互连接的约束，依次传递到其他部分上去，引起相关约束的约束力。解题时，应先分析整体，求出部分未知量之后，再分析其中的某一部分，求得部分未知量，最后回到整体或分析另外部分，求得全部未知量。

（3）分析组合梁受荷载如图 2－34 所示。已知 $P_1=16$ kN，$P_2=20$ kN，$m=8$ kN·m 梁自重不计，求支座 A、C 的反力。

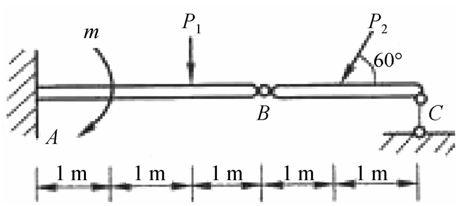


图 2－34

目标检测

1. 挡土墙受力情况如图 2－35(a)所示。已知自重 $G=420$ kN，土压力 $P=300$ kN，水压力 $Q=180$ kN。试将这个力向底面中心 O 点简化，并求最后的简化结果。

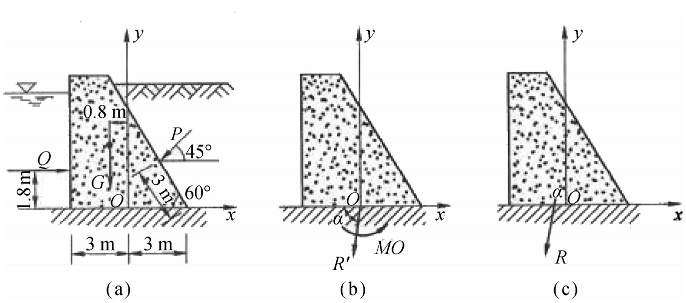


图 2－35